



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA - UFBA
INSTITUTO DE MATEMÁTICA - IM
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA - PGMAT
DISSERTAÇÃO DE MESTRADO



AUTO-DUALIDADE DE ANÉIS SERIAIS

LUÍS ROQUE RODRIGUES DE JESUS

Salvador-Bahia

Abril de 2003

AUTO-DUALIDADE DE ANÉIS SERIAIS

LUÍS ROQUE RODRIGUES DE JESUS

Dissertação de Mestrado apresentada ao Colegiado da Pós-Graduação em Matemática da Universidade Federal da Bahia como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. David Arneson Hill.

Salvador-Bahia

Abril de 2003

Jesus, Luís Roque Rodrigues de.

Auto-Dualidade de Anéis Seriais / Luís Roque Rodrigues de Jesus. – Salvador: UFBA, 2003.

83 f. : il.

Orientador: Prof. Dr. David Arneson Hill.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal da Bahia, Instituto de Matemática, Programa de Pós-graduação em Matemática, 2010.

Referências bibliográficas.

1. Categorias (Matemática). 2. Módulos (Álgebra). 3. Teoria da Dualidade (Matemática). I. Hill, David Arneson. II. Universidade Federal da Bahia, Instituto de Matemática. III. Título.

CDU : 512.58

: 512.553

AUTO-DUALIDADE DE ANÉIS SERIAIS

LUÍS ROQUE RODRIGUES DE JESUS

Dissertação de Mestrado apresentada ao Colegiado da Pós-Graduação em Matemática da Universidade Federal da Bahia como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática, aprovada em 11 de abril de 2003.

Banca examinadora:

Prof. Dr. David Arneson Hill (Orientador)
UFBA

Prof. Dr. José Fernandes Silva Andrade
UFBA

Prof. Dr. Thierry Correa Petit Lobão
UFBA

*À minha família e aos meus
amigos.*

Agradecimentos

Agradeço a todos que, de alguma forma, contribuíram para que eu alcançasse o objetivo de tornar-me mestre.

Agradeço também a CAPES pelo apoio financeiro que foi dado a mim durante todo o período do mestrado.

Resumo

Neste trabalho, mostra-se que todo anel serial R é auto-dual – isto é, existe uma dualidade entre ${}_R\mathbf{FM}$ e \mathbf{FM}_R , as categorias dos R -módulos (respectivamente, à esquerda e à direita) finitamente gerados. Devido ao Teorema de Azumaya–Morita, é preciso mostrar que R é isomorfo ao anel $\text{End}({}_R E)$, sendo E o envelope injetivo do anel R/J , com $J = \text{Rad}(R)$. Em todo o presente trabalho, não é exibido um isomorfismo entre R e R^* . A estratégia de prova é baseada nos dois seguintes fatos: (1) Se R é um anel serial, então R^* também o é; (2) Todo anel serial é caracterizado por seus invariantes, um resultado mostrado por H. Kupisch [Ku(1966)]. Então, usando uma prova esboçada em [Wa], mostra-se que R e R^* possuem os mesmos invariantes – e, portanto, são isomorfos.

Palavras-chave: Anéis seriais; Dualidade; Invariantes seriais; Série de Kupisch.

Abstract

In this work, we show that every serial ring R is autodual – i.e., there is a duality between ${}_R\mathbf{FM}$ and \mathbf{FM}_R , which are the categories of finitely generated (respectively, left and right) R -modules. Due to the Morita–Azumaya’s Theorem, we must show that R is isomorphic to the ring $\text{End}({}_R E)$, where E is the injective hull of the ring R/J with $J = \text{Rad}(R)$. Throughout this work, we do not show an isomorphism between R and R^* . The proof strategy is based on two facts: (1) If R is a serial ring, then R^* is one; (2) Every serial ring is characterized by its invariants, a result which is shown by H. Kupisch [Ku(1966)]. So, using a proof is outlined in [Wa], we show that R and R^* have the same invariants – and therefore they are isomorphic.

Keywords: Serial rings; Duality; Serial invariants; Kupisch series.

Universidade Federal da Bahia - UFBA
Instituto de Matemática / Colegiado da Pós-Graduação em Matemática

Av. Adhemar de Barros, s/n, Campus Universitário de Ondina, Salvador - BA

CEP: 40170-110

<<http://www.pgmat.ufba.br>>